Relações entre $CVmed$, Cmg , e $Pmed$, Pmg do fator variável

Nada do que aqui está apresentado dispensa frequentar as aulas teóricas, práticas e realizar o trabalho autónomo de preparação para as mesmas e momentos de avaliação, de acordo com as orientações apresentadas na FUC.

I. Custo Variável Médio e Produtividade Média

Partindo de:

$$CVmed = \frac{CV}{q} = \frac{wL}{q} = \frac{w}{\frac{q}{L}} = \frac{w}{Pmed}$$

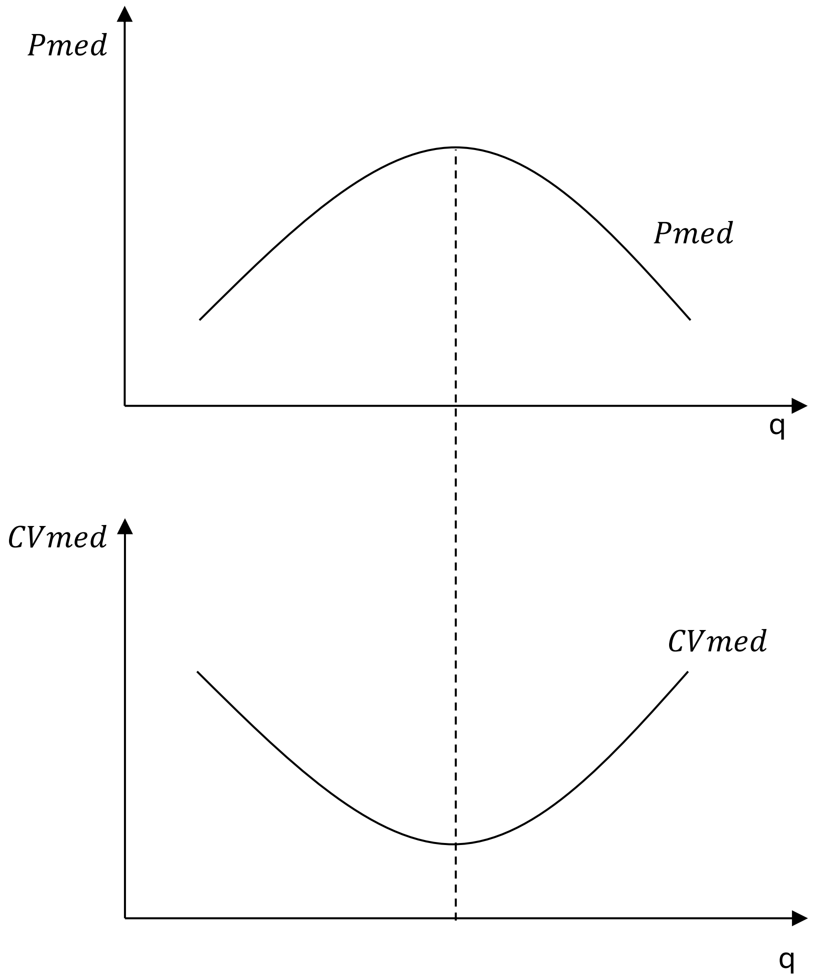
Daqui resulta uma relação direta e muito prática:

- $CVmed$ sobe quando $Pmed$ desce.
- $CVmed$ desce quando $Pmed$ sobe.

Por isso:

$$\Delta Pmed > 0 \iff \Delta CVmed < 0$$

O mínimo de $CVmed$ coincide com o máximo de $Pmed$.



II. Custo Marginal e Produto Marginal

Partindo de:

$$Cmg = \frac{\Delta CV}{\Delta q} = \frac{\Delta(wL)}{\Delta(q)} = \frac{w}{\frac{\Delta q}{\Delta L}} = \frac{w}{Pmg}$$

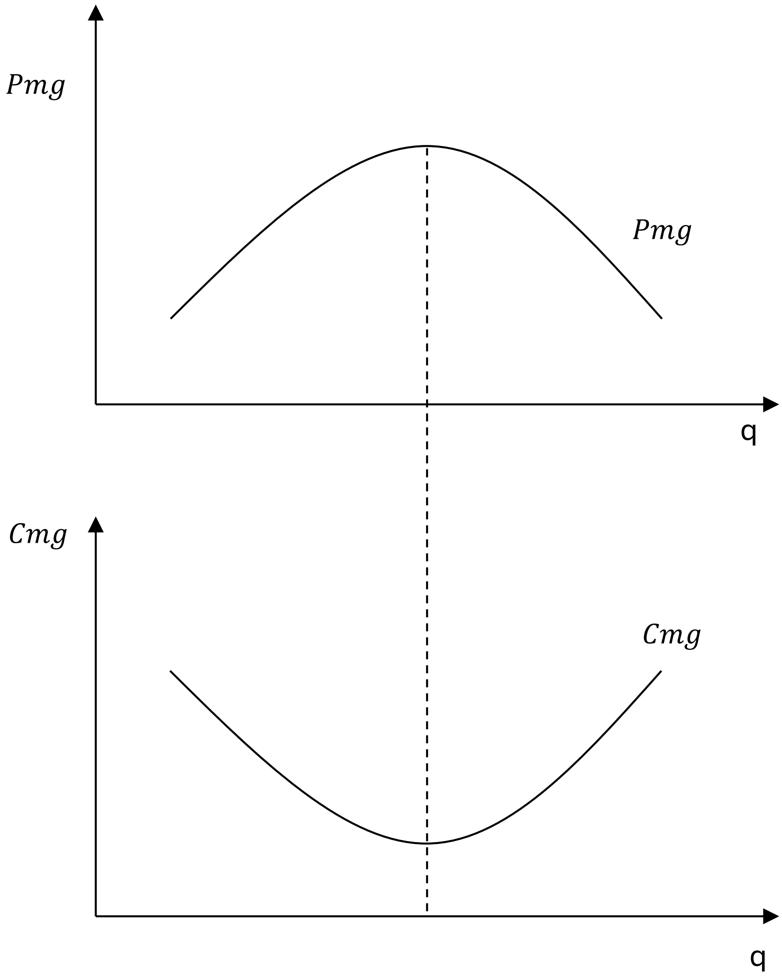
Temos:

- Cmg sobe quando Pmg desce.
- Cmg desce quando Pmg sobe.

Por isso a condição:

$$\Delta Pmg > 0 \iff \Delta Cmg < 0$$

O mínimo de Cmg coincide com o máximo de Pmg.



III. Produtividades e custos

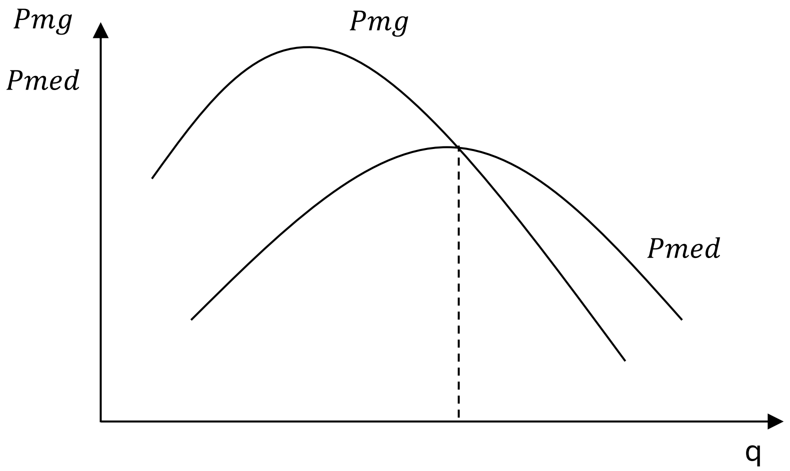
$$Pmed \equiv \frac{q}{L}, Pmg \equiv \frac{dq}{dL}$$

$$\frac{\partial Pmed}{\partial L} = \frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{q}{L}\right) = \frac{\frac{\partial q}{\partial L}L - q}{L^2} = \frac{Pmg - Pmed}{L}$$

Como $L > 0$:

- $Pmg > Pmed \Leftrightarrow \frac{\partial Pmed}{\partial L} > 0$: $Pmed$ crescente
- $Pmg < Pmed \Leftrightarrow \frac{\partial Pmed}{\partial L} < 0$*: $Pmed$ decrescente*
- $Pmg = Pmed \Leftrightarrow \frac{\partial Pmed}{\partial L} = 0$*: $Pmed$ estacionária*

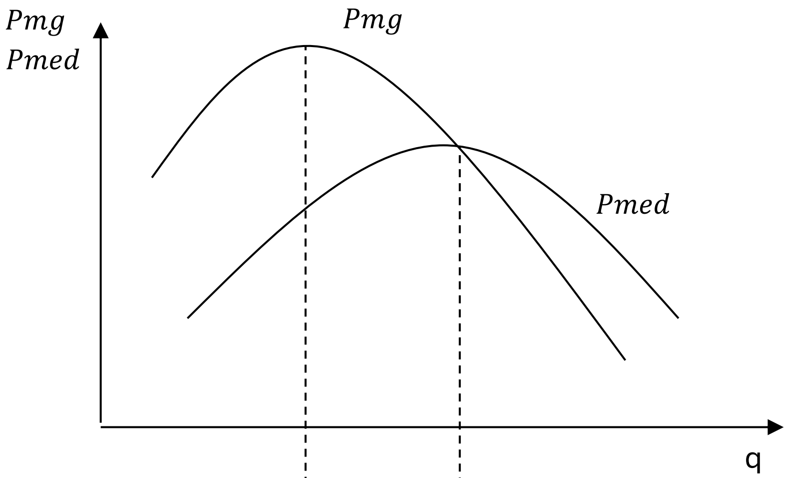
  Assim, conclui-se que a produtividade marginal e a produtividade média se cruzam no ponto em que a produtividade média é máxima, porque a sua derivada é igual a 0 e passa de um comportamento crescente para um comportamento decrescente.

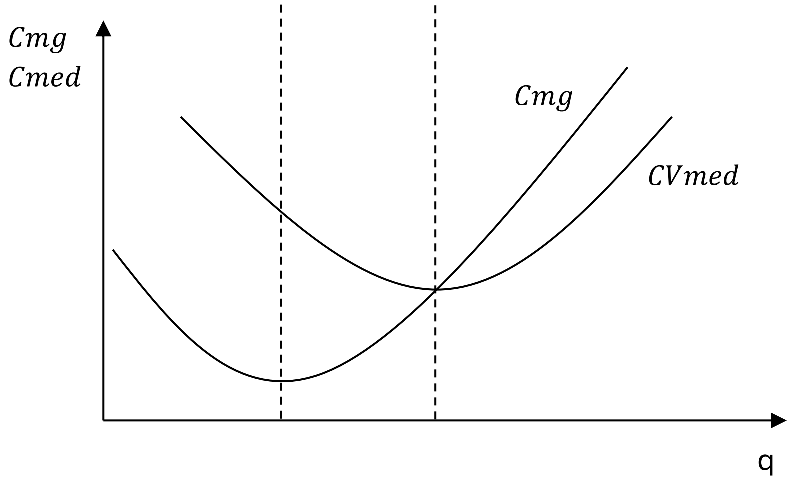


Pelo que definimos nas secções I e II:

- $Pmg > Pmed \Leftrightarrow \frac{w}{Pmg} < \frac{w}{Pmed} \Leftrightarrow Cmg < CVmed$
- $Pmg < Pmed \Leftrightarrow \frac{w}{Pmg} < \frac{w}{Pmed} \Leftrightarrow Cmg > CVmed$
- $Pmg = Pmed \Leftrightarrow \frac{w}{Pmg} < \frac{w}{Pmed} \Leftrightarrow Cmg = CVmed$

  Sabendo que Pmg cruza $Pmed$ no máximo do $Pmed$ e que o máximo de Pme corresponde ao mínimo de $CVmed$, então, se $Cmg = CVmed$, quando $Pmg = Pmed$ temos que Cmg e $CVmed$ se cruzam no mínimo do $CVmed$.





Podemos provar a conclusão anterior, seguindo a mesma lógica:

$$CVmed \equiv \frac{CV}{q}, Cmg \equiv \frac{dCV}{dq}$$

$$\frac{\partial CVmed}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{CV}{q}\right) = \frac{\frac{\partial CV}{\partial q} q - CV}{q^2} = \frac{Cmg - CVmed}{q}$$

Como $q > 0$:

- $Cmg > CVmed \Leftrightarrow \frac{\partial CVmed}{\partial q} > 0$: $CVmed$ crescente
- $Cmg < CVmed \Leftrightarrow \frac{\partial CVmed}{\partial q} < 0$: $CVmed$ decrescente
- $Cmg = CVmed \Leftrightarrow \frac{\partial CVmed}{\partial q} = 0$: $CVmed$ estacionária

Assim, conclui-se que o custo marginal e o custo médio se cruzam no ponto em que o custo médio é mínimo, porque a sua derivada é igual a 0 e passa de um comportamento decrescente para um comportamento crescente.